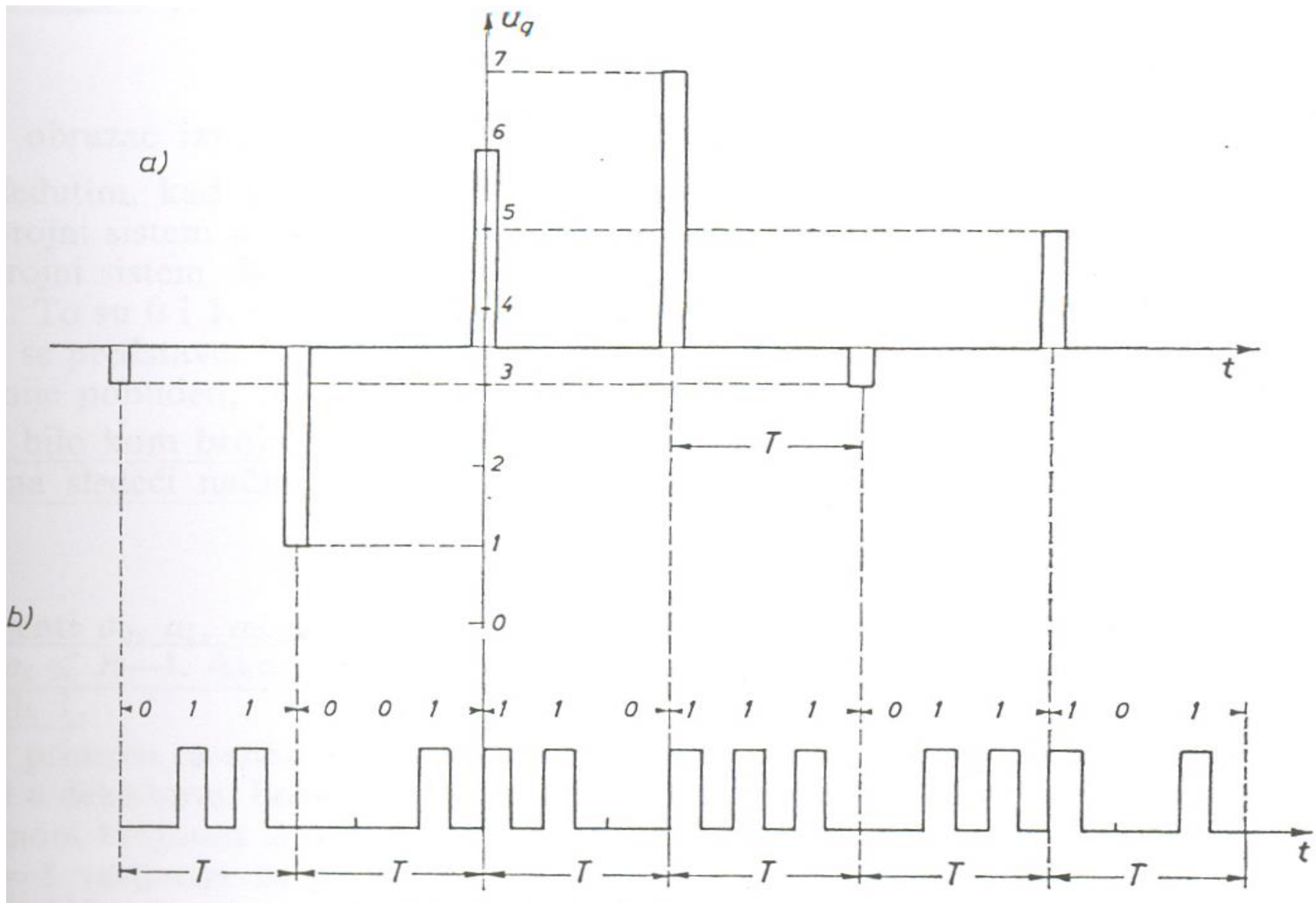


IMPULSNA KODNA MODULACIJA (IKM)

Impulsna kodna modulacija spada u grupu impulsnih modulacija jer modulirani signal ima diskretan talasni oblik. Međutim, princip sistema za prenos signala IKM-om bitno se razlikuje od koncepcija usvojenih u realizaciji svih ostalih vrsta modulacije, uključujući i impulsne modulacije. Faktički, riječ je o postupku koji je predstavnik digitalnih modulacija. Osim oznake IKM mnogo češće se koristi oznaka **PCM** (*Pulse Code Modulation*).

Prva ideja o prenosu signala impulsno kodnom modulacijom patentirana je 1938. god.

- Princip na kome počiva postupak IKM zasniva se na diskretizaciji kontinualnih poruka, odnosno njima odgovarajućih signala. **U osnovi IKM-a su teorema o odabiranju i kvantizacija.**
- Postupkom kvantizacije se već na samom početku pravi izvjesna greška. Veličina te greške zavisi od broja kvantizacionih nivoa, odnosno od “finoće zaokruživanja”



a) Kvantizirani odbirci signala $u(t)$; b) odgovarajući IKM signal

Sa slike se uočava da amplituda svakog od odbiraka ima jednu određenu vrijednost iz skupa mogućih vrijednosti. Pošto je taj skup konačan, znači da se mogu numerisati te moguće vrijednosti. U prethodnom primjeru ih ima 8, pa ćemo početnu vrijednost obilježiti sa 0, drugu sa 1, i tako redom do 7.

Sada možemo umjesto odbiraka prenositi cifre (2, 2, 5, 6, 7, 4, ...), ali se pokazuje nepraktično vršiti prenos cifara dekadnog brojnog sistema. U električnom smislu, mnogo je povoljnije numerisanje odbiraka ciframa binarnog brojnog sistema, jer on ima svega dva različita stanja: 0 i 1.

Ovakva dva simbola u nekom električnom sistemu mogu vrlo lako da se predstave (npr. 1 – ima “struje”, 0 - nema “struje”).

U bilo kom brojnom sistemu čija je osnova R , neki broj N uvijek može da se napiše u sledećem obliku:

$$N = \dots + a_2 R^2 + a_1 R^1 + a_0 R^0$$

Koeficijenti a_0, a_1, a_2, \dots , predstavljaju neki cio broj koji zadovoljava uslov $0 \leq a_i \leq R - 1$. Ako je u pitanju binarni brojni sistem $R = 2$, koeficijenti a_i mogu biti 0 ili 1.

U našem primjeru smo imali $q = 8$ kvantizacionih nivoa, koje smo numerisali u dekadnom brojnom sistemu ciframa 0, 1, ...7. Ako ih numerišemo u binarnom brojnom sistemu potrebno je da obrazujemo $q = 8$ varijacija sa ponavljanjem n -te klase. Ovo znači da će u svakoj takvoj varijaciji biti n – simbola. Broj varijacija sa ponavljanjem n – te klase od 2 različita simbola, računa se na osnovu obrasca:

$$q = 2^n$$

pa za $q = 8$, n iznosi 3. Na osnovu koda između decimalnog i binarnog sistema imaćemo da je:

$$0 = 0(2^2) + 0(2^1) + 0(2^0) = 000$$

$$1 = 0(2^2) + 0(2^1) + 1(2^0) = 001$$

$$2 = 0(2^2) + 1(2^1) + 0(2^0) = 010$$

$$3 = 0(2^2) + 1(2^1) + 1(2^0) = 011$$

$$4 = 1(2^2) + 0(2^1) + 0(2^0) = 100$$

$$5 = 1(2^2) + 0(2^1) + 1(2^0) = 101$$

$$6 = 1(2^2) + 1(2^1) + 0(2^0) = 110$$

$$7 = 1(2^2) + 1(2^1) + 1(2^0) = 111$$

Ako se na strani predaje impuls, koji su zahvaljujući kvantizaciji numerisani u decimalnom brojnem sistemu, sada numerišu u binarnom brojnem sistemu saglasno prethodnom kodu, onda umjesto brojeva 3 1 6 7 3 5, treba prenijeti brojeve 011, 001, 110, 111, 011, 101 itd. Ovakvi skupovi u nekom električnom sistemu mogu da se predstavljaju povorkom impulsa i pauza. Ta operacija obavlja se u koderu. Broju 1 odgovara znak, a broju 0 pauza. Na taj način vrši se kodna modulacija kvantiziranih odbiraka signala $u(t)$.

Ovakav signal prenosi se kroz sistem do prijemnika. Poznavajući kod, ovi impuls mogu ponovo da se pretvore u odgovarajuće odbirke. Taj proces se obavlja u dekoderu i kaže se da je signal dekodiran. Propuštajući dekodirane impulse potom kroz niskofrekventni filter, na njegovom izlazu dobiće se signal $u_q(t)$. Ako učinjena greška kvantizacije $u_N(t)$ nije velika, $u_q(t)$ se neće mnogo razlikovati od $u(t)$ i prenos će biti prihvatljiv.

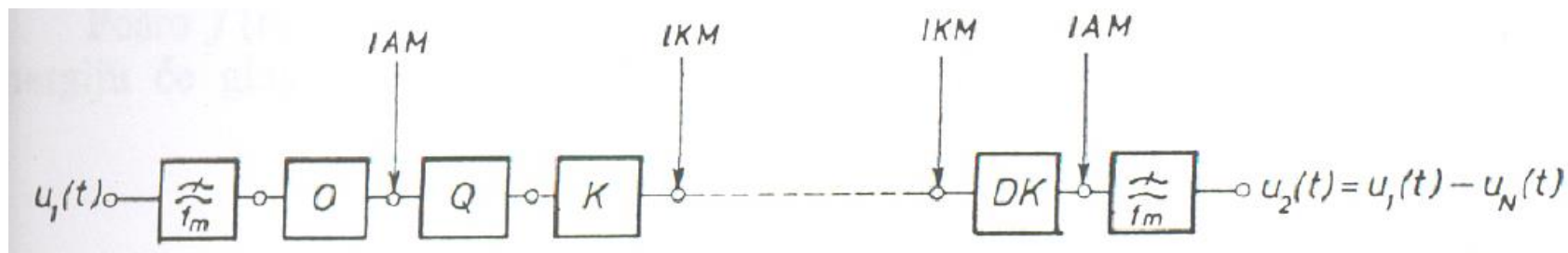
Ovakvi sistemi prenosa diskretnog tipa u kojima se u stvari prenose brojevi nazivaju se **digitalnim sistemima prenosa**.

Ovakvim postupkom modulacije problem prijema svodi se na jednostavan problem odlučivanja. Prijemnik treba svaki put da odgovori na pitanje da li je u datom intervalu predajnik poslao impuls ili ne. Pri tome, talasni oblik primljenog signala može biti značajno deformisan u odnosu na poslani signal. Potrebno je da on bude očuvan samo toliko da prijemnik može da odlučuje, odnosno regeneriše novi signal. Jasno je da svi uređaji i sklopovi jednog ovakvog sistema mogu biti mnogo jednostavniji i manje precizni nego u analognim sistemima prenosa.

Druga prednost je u tome što se u ovim sistemima može tolerisati znatno veći šum nego u analognim sistemima. Ovo zbog toga što u vezi koja ima niz relejnih pojačavačkih stanica šum ima kumulativan efekat kod analognih sistema. Taj kumulativan efekat može da se izbjegne u sistemima sa IKM, jer se na svakoj relejnoj stanici postavlja regenerativni pojačavač.

Glavni nedostatak sistema sa IKM-om je to što su sva poboljšanja postignuta na račun širine propusnog opsega koji sistem mora da ima. Baš radi ovoga, sistemi sa IKM ne primjenjuju se na magistralnim trasama veza koje imaju veliki broj kanala. Ali, zato sistemi multipleksa sa IKM pokazuju svoju ekonomičnost u vezama na kratka rastojanja.

- IKM modulacija omogućava da se od analognog signala dobije digitalni.



Najprije se signal ograničenog spektra diskretizuje po vremenu, tj. obavlja se postupak impulsne amplitudske modulacije. Uzeti odbirci se kvantiziraju pa se potom kodiraju.

- U predajniku se obavlja analogno-digitalna konverzija, a na strani prijema se obavlja digitalno-analoga konverzija. U tu svrhu se koristi dekoder (DK) koji IKM signal pretvara u kvantizirane odbirke signala. Dekoder mora biti komplementaran sa koderom da bi kombinaciju nula i jedinica pretvorio u odgovarajući odbirak. Na kraju se nalazi NF filter koji vrši rekonstrukciju signala na bazi kvantiziranih odbiraka. Dobijeni signal na izlazu će se razlikovati od originalne poruke za grešku kvantizacije $u_N(t)$.

- U IKM sistemu sa neravnomjernom kvantizacijom, na izlazu iz ekspandora dobiće se kvantizirani odbirci prenošenog signala. Kada se oni dovedu na ulaz NF filtra, signal na njegovom izlazu predstavljaće kvantizirani signal $u_q(t)$.



Blok šema sistema za prenos sa IKM

O – predajni odabirač ; C – kompresor ; $Q + K$ - sklop za kvantiziranje i kodiranje ; D – dekodirer ; E – ekspandor.

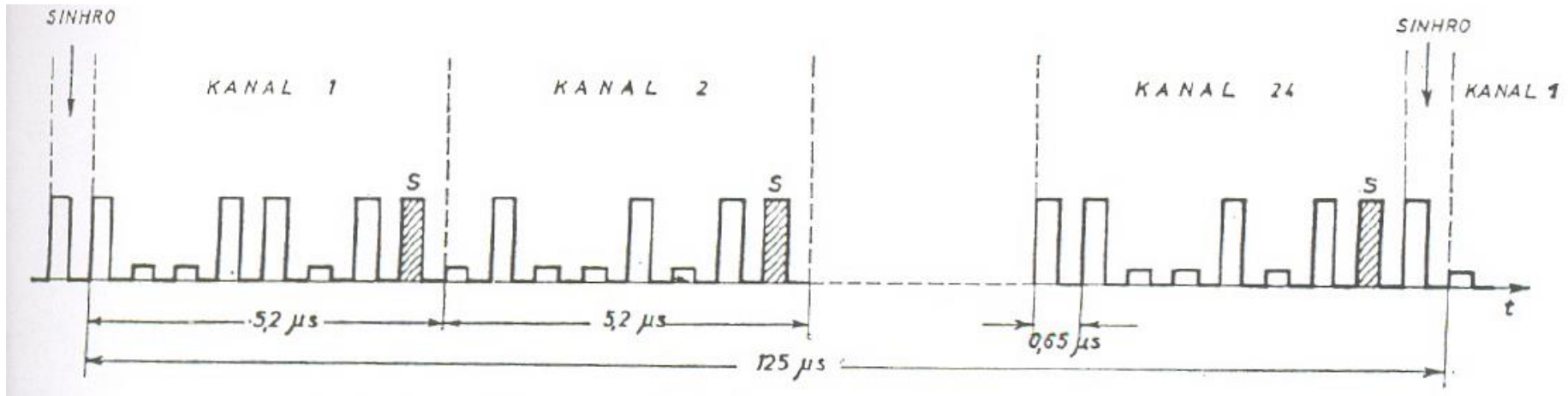
KARAKTERISTIKE SIGNALA U SISTEMU MULTIPLEKSA SA IKM

Postupak impulsne kodne modulacije primjenjuje se za izgradnju sistema multipleksa sa vremenskom raspodjelom kanala. Postoje dva standardizovana sistema: **američki** i **evropski**. Prvi služi za prenos 24, a drugi 30 nezavisnih govornih poruka.

Na ulazu u svaki kanal postoji NF filter na čijem izlazu se dobija signal ograničenog spektra. Pošto je najviša učestanost u spektru $f_m=4000$ Hz, perioda odabiranja u svakom kanalu iznosi $T=1/(2f_m)=125\mu s$. Kako u **američkom sistemu** ukupno ima 24 kanala, svakom kanalu na raspolaganju ostaje vremenski interval $125/24\mu s=5,2\mu s$. Rad kanalnih odabirača diktiran je impulsima iz generatora takta. Spajajući paralelno izlaze svih odabirača, dobija se IAM multipleksni signal sa 24 kanala. Ovakav signal se vodi na kompresor, a zatim na kvantizator i koder. Na prijemnoj strani, IKM signal se dekodira i dobija se 24–kanalni IAM signal. On se propušta kroz ekspandor i ulazi u 24–kanalni IAM prijemni uređaj. Prijemni odabirač razdvaja odbirke pojedinih signala. Na izlazu iz kanalnih NF filtara dobijaju se signali koji odgovaraju modulišućim signalima pojedinih korisnika.

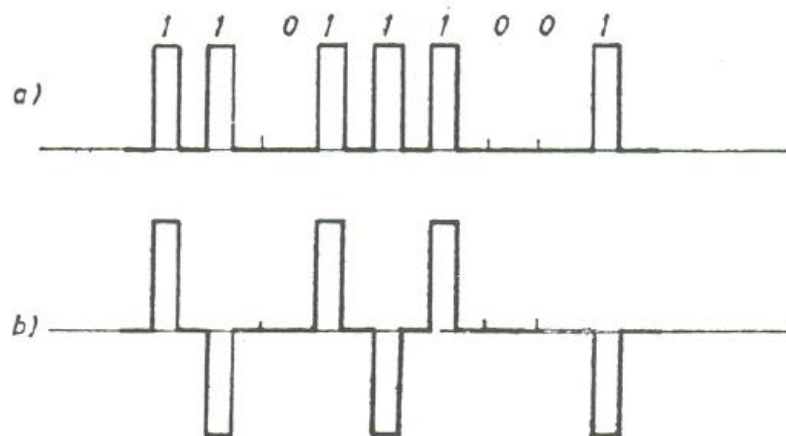
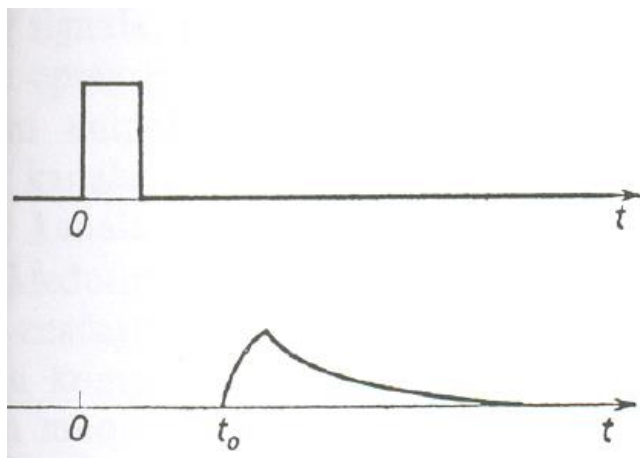
- Broj kvantizacionih nivoa za prenos govora iznosi $q = 2^7 = 128$. Na taj način, jednom odbirku odgovara digitalni signal sastavljen od 7 bita. U svakom kanalu prenosi se još jedan, osmi bit. On predstavlja znake signalizacije koji služe za uspostavljanje veze između korisnika. Prema tome, u intervalu odabiranja od $125 \mu\text{s}$ nalazi se ukupno $24 \times 8 = 192$ bita. Međutim, da bi mogla da se uspostavi sinhronizacija rada predajnika i prijemnika, u ovom intervalu šalje se još jedan sinhronizacioni bit, pa njihov ukupan broj iznosi 193. Na taj način, interval u kome se nalazi jedan bit iznosi $0.65 \mu\text{s}$. To znači da je učestanost ponavljanja bita $f_0 = 1,544 \text{ MHz}$.
- **U evropskom sistemu** perioda odabiranja svakog od 30 telefonskih signala iznosi takođe $125 \mu\text{s}$, a broj kvantizacionih nivoa je $q = 2^8 = 256$. Osim ovih 30 kanala postoje još dva 8 – bitna kanala, tako da je kapacitet sistema u stvari jednak $30 + 2 = 32$ kanala. Jedan od ova dva dodatna kanala služi za prenos signalizacije, a drugi za prenos signala za sinhronizaciju. Na taj način, učestanost ponavljanja bita u ovom sistemu iznosi $f_0 = 2,048 \text{ MHz}$.

Na sledećoj slici prikazan je binarni digitalni signal za 24 kanala u intervalu od jedne periode odabiranja.



Talasni oblik binarnog digitalnog signala u sistemu multipleksa sa 24 kanala

Na prethodnoj slici, umjesto 0 bita nacrtani su mali impulsi, kako bi svaki interval bita bio uočljiviji. Ovaj interval od $125 \mu\text{s}$, često se naziva “okvirom“, ili “ramom“. Svaki impuls ne zauzima cio interval od $0.65 \mu\text{s}$, već 50% ovog intervala, tako da je širina impulsa $0.325 \mu\text{s}$.

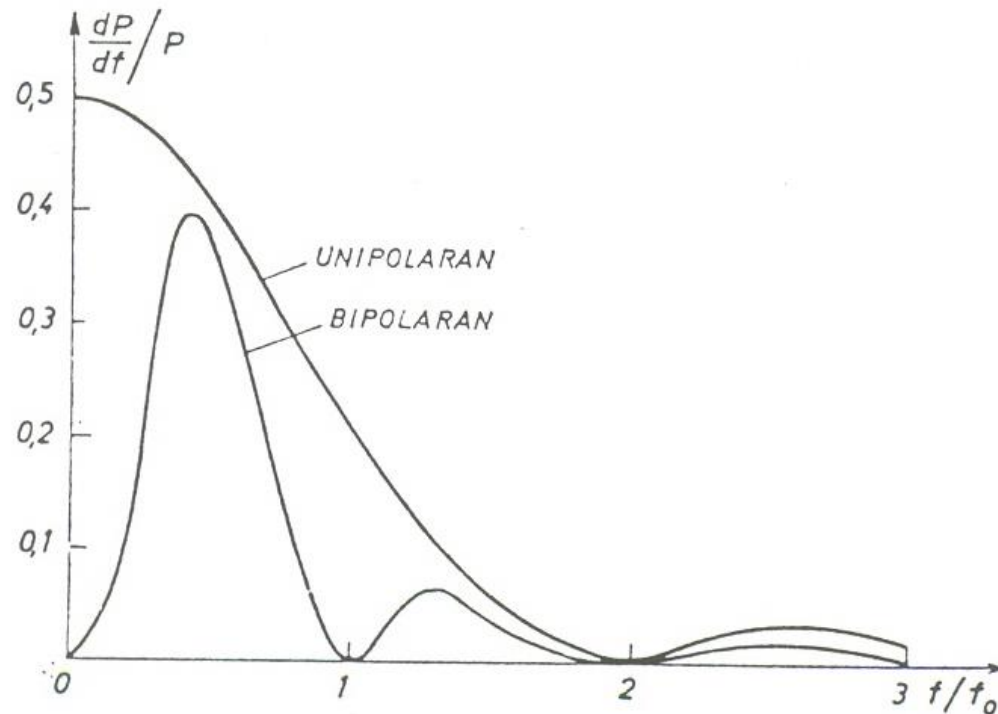


a) Poslati impuls; b) primljeni, deformisan impuls

a) Unipolarni impuls; b) bipolarni impuls

Tokom prenosa svaki od impulsa biva deformisan zbog amplitudskih i faznih izobličenja, kao što je prikazano na prethodnoj slici. Zbog ovoga, dolazi do interferencije među simbolima. Da bi se ovaj efekat smanjio, uzimaju se impulsi čije je trajanje 50% raspoloživog intervala bita. Samim tim, opseg učestanosti potreban za prenos se širi: postaje dva puta veći. No i ovo može da se izbjegne. Umjesto da se prenose unipolarni impulsi, prenose se *bipolarni impulsi*. Prije emitovanja unipolarni impulsi prolaze kroz jedan invertor koji svakom drugom impulsu mijenja znak, tako da na liniju izlazi povorka bipolarnih impulsa u kojoj je jedan impuls pozitivan, drugi negativan, treći pozitivan i tako redom.

Na ovaj način se postiže da je opseg učestanosti sistema potreban za prenos bipolarnog signala dva puta manji od onog koji zahtjeva unipolarni signal. Dio spektralne gustine srednje snage slučajnog unipolarnog i njemu odgovarajućeg bipolarnog signala prikazane su na sledećoj slici.



Još jedna bitna prednost bipolarnog signala je to što on nema jednosmjernu komponentu kao unipolarni signal.

ODNOS SIGNAL/ŠUM U SISTEMIMA PRENOSA SA IMPULSNOM KODNOM MODULACIJOM

Razmatraćemo sistem prenosa sa IKM i izvešćemo izraz za odnos srednje snage signala i srednje snage šuma na izlazu iz prijemnika IKM signala uzimajući pri tom u obzir i šum kvantizacije i slučajan šum.

- Posmatrajmo signal $u(t)$ koji treba prenijeti IKM sistemom, i koji ima spektar ograničen učestanošću f_m . Neka je funkcija gustine vjerovatnoće amplitude u kao slučajne promjenljive konstantna u intervalu $-\frac{1}{2}U \leq u \leq \frac{1}{2}U$, a izvan tog intervala neka je jednaka nuli.
- U predajniku se uzimaju odbirci ovog signala sa učestanošću $2f_m$ i oni se ravnomjerno kvantiziraju u $q=2^n$ kvantizacionih nivoa. Tako dobijeni odbirci pretvaraju se u binarni signal, na taj način što svakom odbirku pripada jedna kodna riječ obrazovana od n binarnih simbola.
- Kada ovakav binarni signal dođe do prijemnika, prijemnik u svakom signalizacionom intervalu donosi odluku o tome da li je primljena binarna brojka 0 ili 1. Zatim se vrši dekodiranje signala.

U ovim okolnostima greška do koje dolazi u prenosu signala potiče samo od postupka kvantizacije. Srednja kvadratna vrijednost ove greške, odnosno, snaga šuma kvantizacije iznosi:

$$\overline{u_{Nq}^2} = P_{Nq} = \frac{1}{12} (\Delta u)^2$$

gdje je Δu korak kvantizacije.

Srednja kvadratna vrijednost nekvantiziranih odbiraka signala $u(t)$ jednaka je srednjoj snazi signala i iznosi:

$$\overline{u^2} = P_s = \frac{1}{12} q^2 (\Delta u)^2 = \frac{1}{12} 2^{2n} (\Delta u)^2$$

Dijeljenjem ova dva posljednja izraza nalazi se odnos signal/šum kvantizacije.

- Razmotrimo sada slučaj kada je na ulazu u prijemnik IKM signala prisutan i slučajan šum. Slučajan šum se superponira binarnom signalu. Odbirci njihove sume, na osnovu kojih prijemnik donosi odluku, mogu toliko da se razlikuju od odbiraka korisnog binarnog signala, tako da prijemnik može povremeno donijeti pogrešne odluke.

Pretpostavimo da je vjerovatnoća donošenja pogrešne odluke P_e . Ovo je vjerovatnoća greške po bitu i u realnim uslovima ona treba da bude veoma mala (npr. manja od 10^{-4}). Sada treba pronaći vjerovatnoću da primljena kodna riječ bude pogrešna.

Neka je kodna riječ sastavljena od n bita. Pošto je vjerovatnoća greške po bitu mala, zanemarljivo mala je i vjerovatnoća da u nekoj kodnoj riječi bude više od jednog pogrešnog bita. Zato se može smatrati da je u kodnoj riječi koja je pogrešna, pogrešan samo jedan bit.

Međutim, taj pogrešan bit nema na svakom mjestu u kodnoj riječi isti značaj. Da bi se to ocijenilo potrebno je poznavati način na koji je izvršeno numerisanje kvantiziranih odbiraka u binarnom sistemu. Pretpostavimo da je krajnjem negativnom nivou pridružen binarni broj 00.....000, sledećem višem 00.....001 i tako redom do krajnjeg pozitivnog, koji je označen sa 11.....111. Usvajajući ovakvu numeraciju, može se o značaju položaja pogrešnog bita u kodnoj riječi reći sledeće:

Ako je poslednji bit pogrešan, onda će se na izlazu dekodera dobijeni odbirak po svojoj amplitudi razlikovati za $\pm\Delta u$ od amplitude odgovarajućeg poslatog odbirka. Ukoliko se pogrešan bit nalazi na pretposlednjem mjestu kodne riječi, greška će iznositi $\pm 2\Delta u$ i tako redom sve do vrijednosti $\pm 2^{n-1}\Delta u$ za slučaj da je prvi bit u kodnoj riječi pogrešan.

Označimo li iznos greške na i -tom mjestu u kodnoj riječi sa e_i , dobija se:

$$e_i = \pm 2^{i-1} \Delta u$$

Ukupan uticaj svih počinjenih grešaka u prenosu signala $u(t)$ najbolje može da se ocijeni preko **srednje kvadratne vrijednosti greške**, koja iznosi

$$\overline{e^2} = \sum_{i=1}^n e_i^2 P(e_i).$$

$P(e_i)$ predstavlja vjerovatnoću da se desi greška e_i . Nju ćemo naći na sledeći način.

Vjerovatnoća da se pogriješi na i -tom mjestu u kodnoj riječi koja ima n mjesta jednaka je

$$P(e_i) = (1 - P_e)(1 - P_e) \dots P_e \dots (1 - P_e) = P_e (1 - P_e)^{n-1}$$

Kako je vjerovatnoća P_e jako mala, to je:

$$P(e_i) \cong P_e$$

Sada možemo pisati da je:

$$\overline{e^2} = P_e \sum_{i=1}^n e_i^2 = P_e \left[(\Delta u)^2 + (2\Delta u)^2 + (4\Delta u)^2 + \dots + (2^{n-1} \Delta u)^2 \right]$$

Suma članova sa desne strane ovog izraza predstavlja geometrijsku progresiju tako da je:

$$\overline{e^2} = P_e \frac{2^{2n} - 1}{3} (\Delta u)^2.$$

Za $n > 2$ ovaj obrazac može da se napiše u približnom obliku:

$$\overline{e^2} \cong P_e \frac{2^{2n}}{3} (\Delta u)^2.$$

- Sada možemo u potpunosti da ocijenimo kvalitet prenosa signala IKM sistemom. U tom cilju treba uzeti u obzir i greške usled kvantizacije i greške prouzrokovane slučajnim šumom na ulazu u prijemnik.

Pošto su ove greške nezavisne, to će srednja kvadratna vrijednost ukupne greške na izlazu iz dekodera biti ravna zbiru njihovih srednjih kvadratnih vrijednosti

$$\overline{u_{Nq}^2} + \overline{e^2} = \frac{1}{12} (\Delta u)^2 + P_e \frac{2^{2n}}{3} (\Delta u)^2$$

Sada se može pronaći odnos srednje kvadratne vrijednosti amplitude odbiraka signala $u(t)$ i srednje kvadratne vrijednosti ukupne greške:

$$A_N = \frac{\overline{u^2}}{\overline{u_{Nq}^2} + \overline{e^2}} = \frac{\frac{1}{12} 2^{2n} (\Delta u)^2}{\frac{1}{12} (\Delta u)^2 + P_e \frac{2^{2n}}{3} (\Delta u)^2} = \frac{2^{2n}}{1 + 4P_e 2^{2n}}.$$

A_N istovremeno predstavlja i odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika IKM signala.

DELTA MODULACIJA (DM)

Delta modulacija predstavlja postupak u obradi signala kojim se analogni signali pretvaraju u digitalne. U stvari, delta modulacija je jedna posebna vrsta impulsne kodne modulacije. Kod impulsne kodne modulacije prenose se kvantizirani odbirci originalnog signala koji predstavljaju zaokružene vrijednosti njegovih amplituda u trenucima odabiranja, dok se **u postupku delta modulacije prenose podaci o promjeni amplitude signala u jednom trenutku u odnosu na amplitudu iz prethodnog trenutka.**

Osim toga, postoji razlika i u kodiranju. U IKM-u svaki kvantizirani odbirak kodira se prema n -značnom kodu sastavljenom od binarnih digita. Dakle, prenose se podaci o 2^n različitih kvantizacionih nivoa. Nasuprot tome, kod delta modulacije, odbirak koji sobom nosi podatak o nastaloj promjeni amplitude, kodira se prema jednoznačnom kodu obrazovanom od binarnih digita. To znači da se u postupku **delta modulacije prenose podaci o svega $2^1 = 2$ kvantizaciona nivoa.**

Delta modulacija je u svojoj osnovnoj koncepciji jednostavnija od IKM. Zato se odmah nameće i pitanje kakav je kvalitet prenosa signala, jer je kvantizacija sa svega dva nivoa veoma gruba.

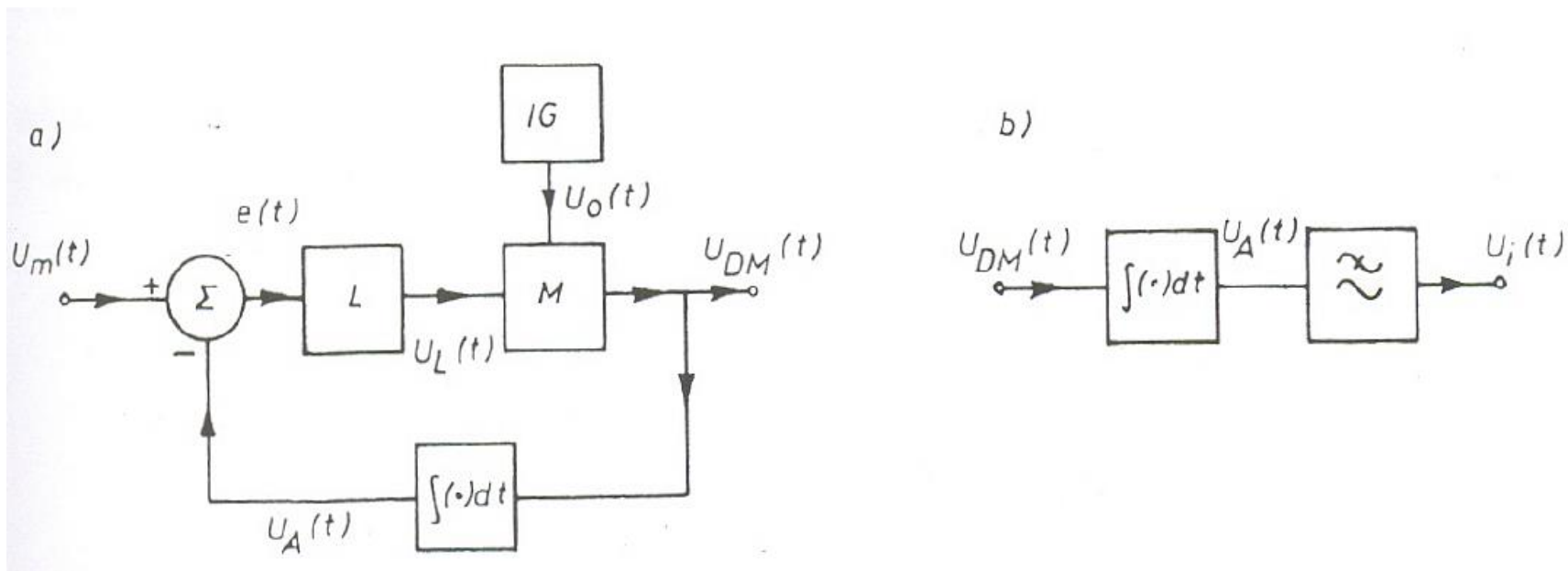
Ovdje prije svega treba uzeti u razmatranje statistiku prenošenih signala. Ona je u signalu govora takva, da između dvije amplitude uzete u dva susjedna trenutka postoji izvjesna korelacija. Ta korelacija je utoliko veća ukoliko je interval koji definiše ta dva trenutka kraći od maksimalne periode odabiranja. To znači da promjene jedne amplitude signala, u odnosu na amplitudu u prethodnom trenutku, nisu pretjerano velike. Zbog toga se za prenos podataka o toj promjeni zahtjeva manje kvantizacionih nivoa nego u slučaju prenosa podataka o samoj amplitudi. Najmanji mogući broj digita u kodu je jedan, a to znači da se prenosi jedna od dvije binarne brojke. Jedna od njih može da znači promjenu na veću, a druga na manju vrijednost amplitude od one prethodne. U stvari, prenosi se samo znak promjene.

Da bi ovakav postupak dobio u finoći, tj. da bi prenošeni signal bio što vjerniji svom originalu, jasno je da treba što češće uzimati odbirke, jer korelacija između susjednih amplituda raste i promjene postaju manje.

Međutim, što se uzima više odbiraka, to se u jedinici vremena prenosi više bita. Samim tim opseg učestanosti sistema za prenos treba da bude širi. To znači da se na račun širine opsega dobilo u jednostavnosti postupka.

Principi realizacije delta modulacije

Delta modulacija predstavlja sigurno najjednostavniji poznati postupak za pretvaranje analognih signala u digitalne. U tome i leži njena prednost u odnosu na IKM.



Modulator (a) i demodulator (b) u sistemu prenosa sa delta modulacijom

- Delta modulator se sastoji od generatora impulsa (IG), produktnog modulatora (M), limitera (L), kola povratne sprege sa integratorom i kola za sumiranje.

Signalom iz generatora impulsa napaja se modulator. Taj signal $u_0(t)$ predstavlja periodičnu povorku impulsa konstantne amplitude, trajanja i polariteta. Neka je perioda ponavljanja impulsa $T_s = 1/f_s$. T_s je istovremeno i perioda odabiranja. Pretpostavka je da je trajanje svakog od impulsa vrlo kratko i da mu je površina 1 Volt·sec. Tada, signal na izlazu impulsnog generatora može da se predstavi izrazom:

$$u_0 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s)$$

U produktnom modulatoru signal $u_0(t)$ množi se sa signalom $u_L(t)$, koji se dobija na izlazu iz limitera. Ovaj limiter vrlo oštro ograničava amplitude ulaznog signala. To znači, da ako je ulazni signal u limiter pozitivan $u_L(t)$ će imati vrijednost $+\Delta$, a ako je taj signal negativan $u_L(t)$ će imati vrijednost $-\Delta$.

U stvari, limiter u delta modulatoru ima ulogu komparatora. Na osnovu razlike ulaznog signala $u_m(t)$ i signala dobijenog kolom povratne sprege $u_A(t)$, limiter donosi odluku o tome da li da se impulsi u signalu $u_0(t)$ množe u modulatoru sa $+\Delta$ ili $-\Delta$.

Signal $u_{DM}(t)$ predstavlja delta modulisan signal. Njim se poruka opisana signalom $u_m(t)$ prenosi na udaljeni kraj veze. U samom delta modulatoru taj isti signal $u_{DM}(t)$ dovodi se na ulaz integratora u kolu povratne sprege.

Kako se $u_{DM}(t)$ sastoji od impulsa vrlo kratkog trajanja, to će izlazni signal iz integratora $u_A(t)$ imati oblik stepenica. Stepenice će imati uzlazni karakter kad na ulaz integratora naiđe povorka pozitivnih impulsa, a kad ti impulsi budu negativni, stepenice će imati silazni karakter.

Signal na izlazu iz limitera može se predstaviti sledećim analitičkim izrazom:

$$u_L(t) = \Delta \operatorname{sgn}[u_m(t) - u_A(t)]$$

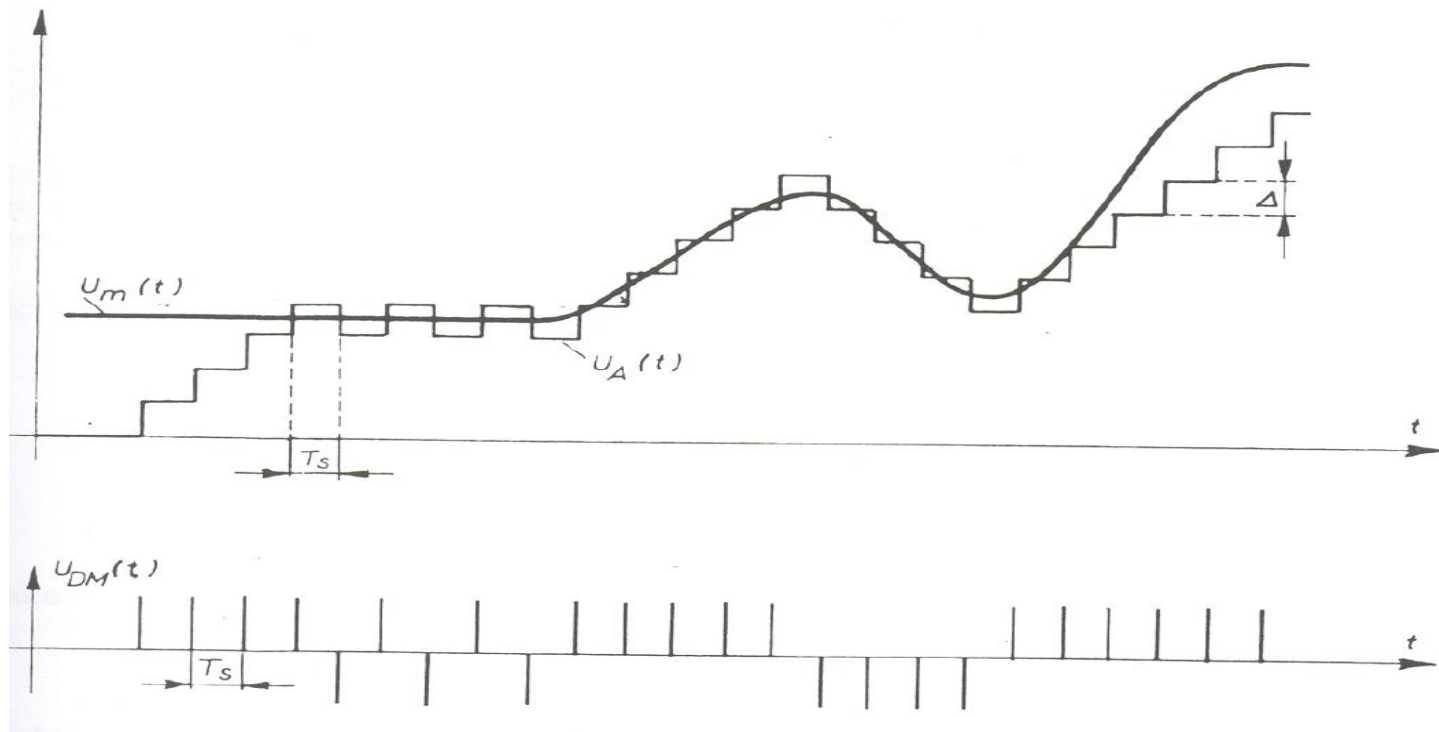
Signal na izlazu produktnog modulatora biće:

$$u_{DM}(t) = \sum_k \Delta \operatorname{sgn}[u_m(kT_s) - u_A(kT_s)] \delta(t - kT_s)$$

Ako se sa $u_H(t)$ obilježi signal u obliku Heavisideove funkcije, onda se signal na izlazu iz integratora može napisati u sledećem obliku

$$u_A(t) = \sum_k D \operatorname{sgn}[u_m(kT_s) - u_A(kT_s)] u_H(t - kT_s)$$

Ovaj signal predstavlja “stepeničastu” aproksimaciju signala $u_m(t)$.



Karakteristični oblici signala u sistemu prenosa sa delta modulacijom

- U početnom periodu rada delta modulatora signal $u_A(t)$ se uspostavlja tako što teži da se što više približi signalu $u_m(t)$. Kada se dodje do tog trenutka, onda aproksimacija $u_A(t)$ skokovito, čas na gore čas na dolje, prati signal $u_m(t)$. A kad dođe do promjene, onda opet aproksimacija $u_A(t)$ skokovito prati signal $u_M(t)$.
- Modulirani signal $u_{DM}(t)$ je prikazan na prethodnoj slici pod b). To je binarni digitalni signal u kome pojedini biti označavaju polaritet razlike originalnog signala i njegove stepeničaste aproksimacije $u_A(t)$ u trenucima odabiranja $t = kT$, gdje je $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Prijemnik delta modulisanih signala se sastoji od integratora i filtra.

Na prijemu se ponavlja jedan dio procesa iz delta modulatora. Ako signal $u_{DM}(t)$ dođe na ulaz integratora u delta demodulatoru, na njegovom izlazu dobiće se signal $u_A(t)$. Filtar niskih učestanosti stavlja se zato da ublaži skokovite promjene u demodulisanom signalu tako da izlazni signal $u_i(t)$ predstavlja još bolju aproksimaciju poslatog signala $u_m(t)$.

Treba reći da delta modulisani signal $u_{DM}(t)$ ne mora da bude sastavljen od vrlo uskih impulsa, već ti impulsi mogu biti prošireni i na cio signalizacioni interval T_s . Ni generator impulsa ne mora da daje jako uske impulse. Dovoljno je da oni budu nekoliko puta kraći od intervala T_s . Ovo zbog toga što uopšte nije potrebno da aproksimacija $u_A(t)$ ima oblik stepenica, jer se u prijemniku te skokovite promjene ublažuju stavljanjem filtra propusnika niskih učestanosti.

Greške usled kvantizacije

- Dvije pojave su karakteristične za delta modulaciju, **preopterećenje usled strmine i granularni šum**. One potiču od grešaka koje su svojstvene samom procesu kvantizacije.
- Ako je strmina krive $u_m(t)$ suviše velika u odnosu na strminu kojom aproksimacija $u_A(t)$ može skokovito da raste, onda signal aproksimacije $u_A(t)$ ne može da prati promjene $u_m(t)$. Ova pojava naziva se *preopterećenjem usled strmine*. Bitno je zapaziti da delta modulator ne može biti preopterećen suviše velikim intenzitetom signala, u tom pogledu nema ograničenja. Ali suviše velika strmina krive $u_m(t)$ koja opisuje signal, dovodi do izobličenja prenošenog signala.
- Da ne bi došlo do preopterećenja usled strmine potrebno je da bude ispunjen sledeći uslov:

$$\left| u_m(t + T_s) - u_m(t) \right| \leq \Delta$$

Ako se ova relacija podijeli sa $T_s = 1/f_s$ dobija se

$$\left| \frac{u_m(t + T_s) - u_m(t)}{T_s} \right| \leq \frac{\Delta}{T_s} = f_s \Delta$$

Kako je

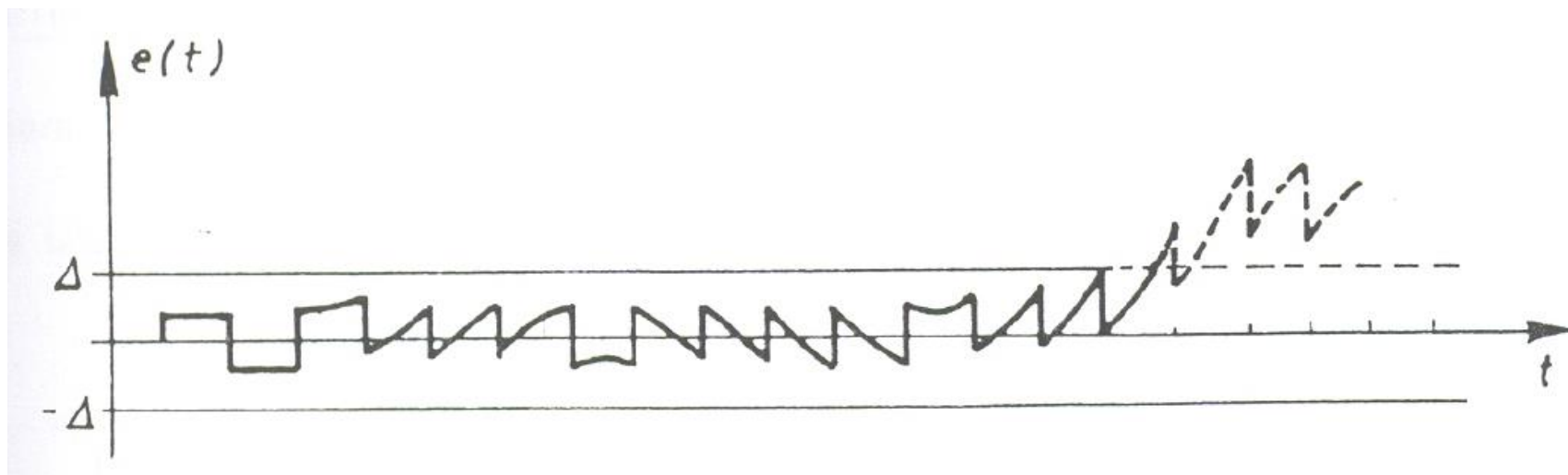
$$\left| \frac{u_m(t + T_s) - u_m(t)}{T_s} \right| \leq \left| \frac{du_m(t)}{dt} \right|_{\max}$$

to će dovoljan uslov da ne dođe do preopterećenja usled strmine biti:

$$\left| \frac{du_m(t)}{dt} \right|_{\max} \leq f_s \Delta$$

Da bi se izbjeglo preopterećenje usled strmine potrebno je da se uzme veće f_s , odnosno da se odbirci uzimaju češće i da se poveća korak kvantizacije Δ .

- *Granularni šum* potiče od greške koja se pravi u samom postupku kvantizacije i onda kada nema preopterećenja usled strmine. Zato, kada se razmatra granularni šum, smatra se da je ispunjen uslov da ne dođe do preopterećenja usled strmine.



Greška usled kvantizacije u delta modulatoru

Ta greška na izlazu iz integratora u prijemniku iznosi

$$e(t) = u_m(t) - u_A(t)$$

Drugim riječima, to je razlika između originalnog signala i njegove stepeničaste aproksimacije. Po svojoj prirodi granularni šum je slučajan proces.

Kada u delta modulatoru ne postoji preopterećenje usled strmine, onda greška $e(t)$ po svojoj apsolutnoj vrijednosti ne prelazi korak Δ :

$$|e(t)| \leq \Delta$$

Greška $e(t)$ nastala u procesu kvantizacije ispoljava se na izlazu iz filtra propusnika niskih učestanosti u prijemniku kao granularni šum.

Srednja snaga granularnog šuma na izlazu iz prijemnog filtra je:

$$P_{Ng} = c\Delta^2 \frac{f_c}{f_s}$$

gdje je f_c granična učestanost filtra propusnika niskih učestanosti u prijemniku, f_s učestanost odabiranja (pojavljivanja impulsa), c je konstanta i može se uzeti da je $c = 1/3$.

Na taj način postaje:

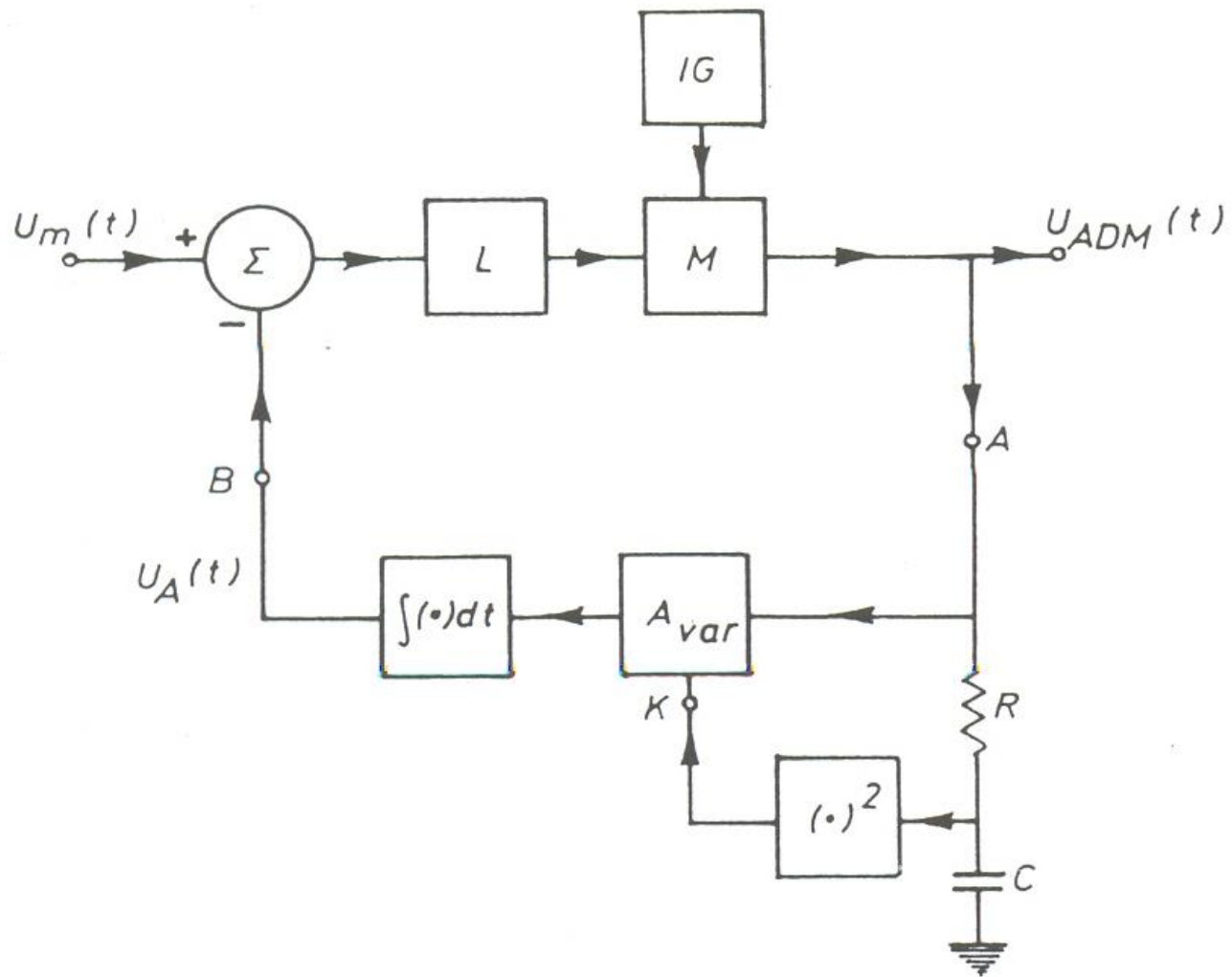
$$P_{Ng} = \frac{1}{3} \Delta^2 \frac{f_c}{f_s}$$

Na kraju možemo napisati izraz za odnos signal/granularni šum, koji nam služi za ocjenu kvaliteta delta modulacije

$$A_{Ng} = 3 \frac{\overline{u_m^2}}{\Delta^2} \frac{f_s}{f_c}$$

ADAPTIVNA DELTA MODULACIJA (ADM)

- Kod delta modulacije, uočava se da bi se povećanjem koraka Δ smanjilo preopterećenje usled strmine. S druge strane, smanjenjem koraka kvantizacije smanjio bi se granularni šum. Prema tome, povećanje koraka Δ povoljno utiče na jednu pojavu, a nepovoljno na drugu i obrnuto.
- Iz ova dva oprečna zahtjeva može se naći optimalno rješenje. Treba veličinu koraka kvantizacije Δ podesiti samom signalu $u_m(t)$ koji se prenosi. To znači da bi u periodima nastupanja velikih promjena u signalu $u_m(t)$ trebalo da se radi sa velikim korakom Δ , dok bi u onim intervalima u kojima su promjene signala manje, korak kvantizacije trebao da bude manji.
- Ova ideja za optimizaciju delta modulacije dovela je do **adaptivne delta modulacije** čija je blok šema prikazana na sledećoj slici.

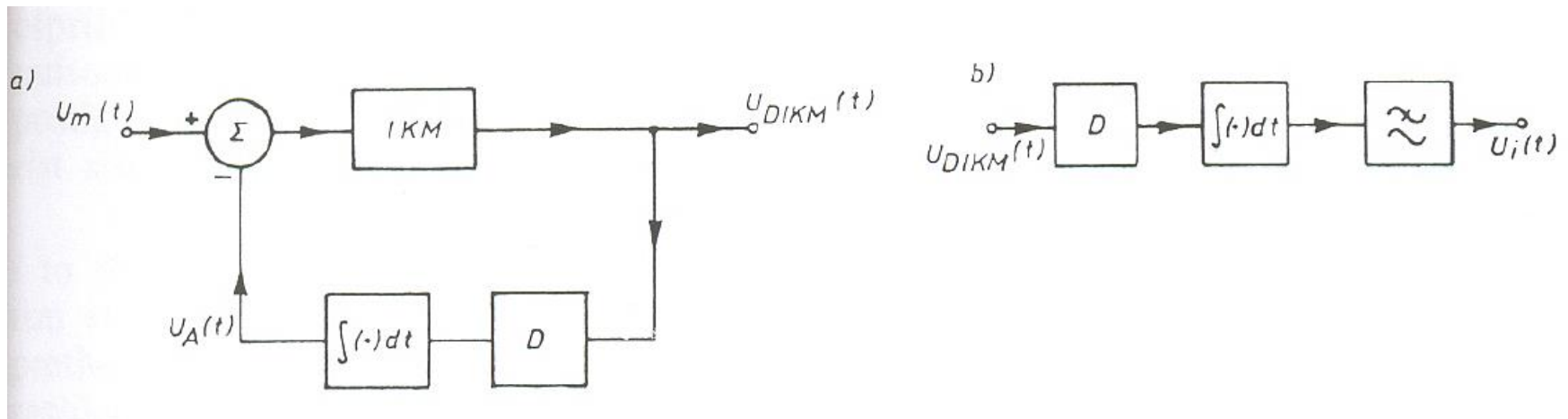


Blok šema modulatora u sistemu prenosa sa adaptivnom delta modulacijom

- Kada se originalni signal $u_m(t)$ strmo mijenja, na izlazu iz modulatora dobija se niz jednako polarisanih impulsa. Ako signal raste oni su pozitivni, a ako opada, oni su negativni. Kada se ovakav niz impulsa integrira u integratoru RC, onda je na krajevima kondenzatora C napon utoliko veći ukoliko je broj uzastopnih isto polarisanih impulsa veći. Sklop za kvadriranje jedino ima zadatak da na svom izlazu daje uvijek pozitivan napon bez obzira na polaritet impulsa. Dužoj povorci isto polarisanih impulsa odgovaraće sve veći kontrolni napon i sve veće pojačanje pojačavača, a to znači da će korak Δ biti sve veći. Ovo važi i za slučaj kad je strmina signala negativna. Na ovaj način, podešavanjem koraka Δ preopterećenje usled strmine može da se izbjegne.
- U onim intervalima vremena u kojima se signal $u_m(t)$ vrlo sporo mijenja, kad je u svom toku skoro ravan, na izlazu iz modulatora u povorci $u_{ADM}(t)$ javlja se niz naizmjenično polarisanih impulsa. Oni na krajevima kondenzatora C daju srednju vrijednost napona skoro ravnu nuli. Zato je i kontrolni napon pojačavača mali, pa je mali i korak kvantizacije Δ . Naravno, sada signal $u_A(t)$ mnogo finije prati signal $u_m(t)$, pa je i granularni šum smanjen.
- Prijemnik u sistemu sa adaptivnom delta modulacijom je identičan dijelu predajnika između tačaka A i B, samo se na izlazu integratora u prijemniku još dodaje filter niskih učestanosti.

DIFERENCIJALNA IMPULSNA KODNA MODULACIJA (DIKM)

DIKM predstavlja postupak za pretvaranje analognih signala u digitalne, u kojem se kombinuje postupak koji se primjenjuje kod delta modulacije sa postupkom koji se primjenjuje kod impulsno kodne modulacije. Blok šema modulatora i demodulatora u sistemu sa DIKM prikazana je na sledećoj slici.



Modulator (a) i demodulator (b) u sistemu prenosa sa DIKM

- Osnovna ideja iz delta modulacije da se prenosi promjena amplitude signala $u_m(t)$ zadržana je i ovdje, s tim što se promjena izražena u vidu razlike prenošenog signala $u_m(t)$ i njegove stepeničaste aproksimacije $u_A(t)$, dovodi na ulaz kompletnog IKM sistema. Odbirci te razlike, kvantizirani u $q = 2^n$ nivoa i kodirani prema n -značnom kodu sastavljenom od binarnih digita koji predstavljaju diferencijalno impulsno kodno modulisan signal $u_{DIKM}(t)$. Njim se poruka prenosi na udaljeni kraj veze.
- U samom modulatoru, ovaj signal se dovodi u kolu povratne sprege na ulaz integratora, na čijem izlazu se dobija stepeničasta aproksimacija $u_A(t)$. Međutim, prije ulaza u integrator binarni signal $u_{DIKM}(t)$ dekodira se u dekoderu. To znači da se na izlazu dekodera, odnosno, na ulazu u integrator dobijaju odbirci odgovarajućih amplituda. Zbog toga je i korak u signalu aproksimacije $u_A(t)$ srazmjeran tim amplitudama. Kako ukupno ima $q = 2^n$ različitih vrijednosti amplituda, to i signal aproksimacije $u_A(t)$ ima promjenljiv korak koji može imati ukupno q različitih vrijednosti. Ako sa Δ_0 označimo fiksnu, jediničnu vrijednost koraka Δ , onda Δ može imati sledeće vrijednosti:

$$\Delta = \left\{ \pm \Delta_0, \pm 2\Delta_0, \dots, \pm \frac{1}{2} q \Delta_0 \right\}$$

- Na slici pod b) prikazan je demodulator DIKM signala i on predstavlja dio modulatora koji se nalazi u kolu povratne sprege, s tim što je dodat NF filter radi ublažavanja skokova u aproksimaciji $u_A(t)$.
- Na osnovu izloženog vidi se da je sistem sa DIKM u najmanju ruku isto toliko složen kao i sistem sa IKM. Prema tome, to mu ne predstavlja prednost. Ali, s druge strane, signal aproksimacije $u_A(t)$ bolje prati originalni signal $u_m(t)$ jer se primjenjuje promjenljiv korak. To znači da će i kvalitet prenosa biti bolji nego u sistemu sa delta modulacijom.
- Pošto se u sistemu sa DIKM kodira razlika $u_m(t) - u_A(t)$, to je jasno da je ukupan potreban broj kvantizacionih nivoa q manji nego li u sistemu sa IKM u kom se kodira amplituda signala $u_m(t)$. To znači da će u kodu biti potreban i manji broj bita, odakle slijedi da je za prenos poruka DIKM signalom potreban i uži propusni opseg sistema za prenos.

Prenos video signala u sistemu sa DIKM, u kojoj ima $q=8=2^3$ kvantizacionih nivoa, pruža kvalitet prenosa sličan onome koji se ima u sistemu sa IKM u kome je $q=2^8$ kvantizacionih nivoa. Dakle, postignuta redukcija u potrebnom opsegu učestanosti sistema iznosi $3/8$ u korist sistema prenosa sa DIKM.

- Poređenje IKM, DM, ADM i DIKM sistema:

Sistem sa DM je znatno jednostavniji od sistema sa IKM. Ako se zahtijeva visok kvalitet prenosa govora, pod uslovom da on bude približno jednak u DM i IKM sistemu, sigurno je da opseg u DM sistemu treba da bude veći nego u IKM sistemu. Tako se, na primjer, dobar kvalitet u prenosu govora DM sistemom može dobiti ako je učestanost odabiranja ravna $f_s = 100$ kHz, što odgovara binarnom protoku od 100 kbit/s. Približno jednak kvalitet se postiže u IKM sistemu sa 2^8 kvantizacionih nivoa, odnosno 8-značnim kodiranjem. Kako je IKM sistemu učestanost odabiranja ravna $f_s = 2 f_m = 8$ kHz, to binarni digitalni protok iznosi 64 kbit/s. Dakle, širina potrebnog propusnog opsega DM sistema je oko 1,56 puta veća od opsega koji se zahtijeva u IKM sistemu.

- Na osnovu rečenog, očigledno je da DIKM sistemi predstavljaju kompromis između DM i IKM sistema prenosa.